第3講・式の計算③ 因数分解

要点整理

1　因数分解の基本

(1)　1つの多項式をいくつかの単項式や多項式の積になおせるとき，そのおのおのの式を，多項式の**因数**という。

(2)　1つの多項式をいくつかの因数の積の形に表すことを，もとの多項式を**因数分解**するという。

(3)　多項式の各項に**共通な因数**がある場合，分配法則を使って，共通な因数をかっこの外にくくり出すことができる。

(4)　乗法公式をもとにする因数分解

公式1′　$\boldsymbol{x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)}$

公式2′　$\boldsymbol{x^2+2ax+a^2=(x+a)^2}$

公式3′　$\boldsymbol{x^2-2ax+a^2=(x-a)^2}$

公式4′　$\boldsymbol{x^2-a^2=(x+a)(x-a)}$

2　一般的な因数分解の手順

①　各項に共通な因数があればくくり出す。

②　直接乗法公式が使えるかどうか調べる。

③　直接公式が使えない場合は，1つの文字について整理したり，項を適当に組み合わせて，その部分について因数分解をしたりして，上の①，②を行う。

④　因数分解は，それ以上因数分解できないところまで行う。

●因数分解と展開とは，逆の式変形

x^2+3x+2 →（因数分解）→ $(x+1)(x+2)$

$(x+1)(x+2)$ →（展開）→ x^2+3x+2

●共通な因数

$ma+mb=m(a+b)$

（共通因数）m をくくり出す

●乗法公式を逆に見る

$x^2+⑤x+\boxed{6}=(x+2)(x+3)$

積が6になる2数（2と3）

和が5になる2数（2と3）

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

例題 1　次の式を因数分解しなさい。

(1)　$9xy^2-12x^2y+3xy$　(2)　$a^2-4a-45$　(3)　$x^2-12xy+36y^2$

(4)　$81a^2-25b^2$　(5)　$3ax^2-36axy+96ay^2$　(6)　$(x+1)(x-3)-5$

例題 2　次の計算をしなさい。

(1)　53^2-47^2　(2)　$22^2+2\times22\times28+28^2$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

問題

3－1　次の式を因数分解しなさい。

(1)　$3x^2-6xy-45y^2$　(2)　$2am^2-6am+4a$　(3)　$m(x^2-6)+mx$

(4)　$2a^2b+8ab+8b$　(5)　$2a^2c^2-18b^2$　(6)　$(x-5)^2-4$

(7)　$x(x+2)-15$　(8)　$(a-b)(a+2b)-4b^2$　(9)　$3x(x+1)-(2x-1)(x+3)-6$

3－2　$51\times51+49\times49-2\times51\times49$ を計算せよ。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ *Note* ＞

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第3講・確認テスト

[1]　次の式を因数分解しなさい。

(1)　$12a^3bc-18ab^3c+24abc^3$

$=$ ア $abc($ イ $a^{ウ}-$ エ $b^{オ}+$ カ $c^{キ})$

(2)　$-3a^2-12a+15=-$ ク $(a+$ ケ $)(a-$ コ $)$

(3)　$3ax^2-6ax-24a=$ サ $a(x+$ シ $)(x-$ ス $)$

(4)　$2x^3-12x^2y+18xy^2=$ セ $x(x-$ ソ $y)^{タ}$

(5)　$\frac{1}{16}x^2y^2-\frac{4}{9}z^2=\left(\frac{チ}{ツ}xy+\frac{テ}{ト}z\right)\left(\frac{チ}{ツ}xy-\frac{テ}{ト}z\right)$

(6)　$(a-2)^2-36=(a+$ ナ $)(a-$ ニ $)$

(7)　$(x-3y)(x+5y)-9y^2=(x+$ ヌ $y)(x-$ ネ $y)$

(8)　$2(x+2)(x-4)-(x-1)^2+2=(x+$ ノ $)(x-$ ハ $)$

[2]　$101^2-98\times103+99\times98-97^2$ を計算すると，その値は ヒフヘ である。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< *Note* >

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第３講・式の計算③ 因数分解

例題 1

(1)　$3xy(3y-4x+1)$　(2)　$(a+5)(a-9)$　(3)　$(x-6y)^2$　(4)　$(9a+5b)(9a-5b)$

(5)　$3a(x-4y)(x-8y)$　(6)　$(x+2)(x-4)$

解説

(1)　共通な因数でくくる。

与式 $=3xy(3y-4x+1)$

１を忘れないように。

(2)　公式 1′ を利用する。

与式 $=(a+5)(a-9)$

(3)　公式 3′ を利用する。

与式 $=(x-6y)^2$

(4)　公式 4′ を利用する。

与式 $=(9a+5b)(9a-5b)$

(5)　まず，共通な因数でくくる。

与式 $=3a(x^2-12xy+32y^2)$

$=3a(x-4y)(x-8y)$

(6)　一度，展開する。

与式 $=x^2-2x-3-5$

$=x^2-2x-8=(x+2)(x-4)$

一度，展開してしまうこともある。

例題 2

(1)　600　(2)　2500

解説

(1)　$53^2-47^2=(53+47)(53-47)$

$=100\times6=600$

(2)　$22^2+2\times22\times28+28^2=(22+28)^2=50^2=2500$

3－1

(1)　$3(x+3y)(x-5y)$　(2)　$2a(m-1)(m-2)$　(3)　$m(x+3)(x-2)$

(4)　$2b(a+2)^2$　(5)　$2(ac+3b)(ac-3b)$　(6)　$(x-3)(x-7)$

(7)　$(x+5)(x-3)$　(8)　$(a+3b)(a-2b)$　(9)　$(x+1)(x-3)$

解説

(6)　与式 $=(x-5)^2-2^2=\{(x-5)+2\}\{(x-5)-2\}=(x-3)(x-7)$

(7)，(8)，(9)ともに，一度展開してから，因数分解する。

(7)　与式 $=x^2+2x-15=(x+5)(x-3)$

(8)　与式 $=a^2+ab-2b^2-4b^2=a^2+ab-6b^2=(a+3b)(a-2b)$

(9)　与式 $=3x^2+3x-2x^2-5x+3-6=x^2-2x+3=(x+1)(x-3)$

3－2

4

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第３講・確認テスト

[1]　次の式を因数分解しなさい。

(1)　$12a^3bc-18ab^3c+24abc^3$

$=$ [ア] $abc($ [イ] $a^{[ウ]}-$ [エ] $b^{[オ]}+$ [カ] $c^{[キ]})$

(2)　$-3a^2-12a+15=-$ [ク] $(a+$ [ケ] $)(a-$ [コ] $)$

(3)　$3ax^2-6ax-24a=$ [サ] $a(x+$ [シ] $)(x-$ [ス] $)$

(4)　$2x^3-12x^2y+18xy^2=$ [セ] $x(x-$ [ソ] $y)^{[タ]}$

(5)　$\frac{1}{16}x^2y^2-\frac{4}{9}z^2=\left(\frac{[チ]}{[ツ]}xy+\frac{[テ]}{[ト]}z\right)\left(\frac{[チ]}{[ツ]}xy-\frac{[テ]}{[ト]}z\right)$

(6)　$(a-2)^2-36=(a+$ [ナ] $)(a-$ [ニ] $)$

(7)　$(x-3y)(x+5y)-9y^2=(x+$ [ヌ] $y)(x-$ [ネ] $y)$

(8)　$2(x+2)(x-4)-(x-1)^2+2=(x+$ [ノ] $)(x-$ [ハ] $)$

[2]　$101^2-98\times103+99\times98-97^2$ を計算すると，その値は [ヒフヘ] である。

解答

[1]	ア　6	イ　2	ウ　2	エ　3	オ　2	カ　4	キ　2	ク　3
	ケ　5	コ　1	サ　3	シ　2	ス　4	セ　2	ソ　3	タ　2
	チ　1	ツ　4	テ　2	ト　3	ナ　4	ニ　8	ヌ　6	ネ　4
	ノ　3	ハ　5						
[2]	ヒ　4	フ　0	ヘ　0					

解説

[1]

(5)　与式$=\left(\frac{1}{4}xy\right)^2-\left(\frac{2}{3}z\right)^2=\left(\frac{1}{4}xy+\frac{2}{3}z\right)\left(\frac{1}{4}xy-\frac{2}{3}z\right)$

(6)　与式$=(a-2+6)(a-2-6)=(a+4)(a-8)$

(7)　与式$=x^2+2xy-15y^2-9y^2=x^2+2xy-24y^2=(x+6y)(x-4y)$

(8)　与式$=2(x^2-2x-8)-(x^2-2x+1)+2=x^2-2x-15=(x+3)(x-5)$

[2]

与式$=(101+97)(101-97)-98(103-99)=198\times4-98\times4=(198-98)\times4=400$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。